

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "ЦЕНТР ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-30, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: itkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	7	7	35

№ _____
 от _____

№1.

Изначально есть одна монета. После одной операции размена кол-во монет увеличивается на 4, т.к. 1 монету аппарат забирает, а затем выдает 5 новых.

Заметим тогда, что после K операций размена кол-во монет увеличится на 4K. Изначально есть 1 монета => после K операций будет 4K+1 монета.

По условию имеем $4K+1=55 \Rightarrow 4K=54 \Rightarrow K=13,5$.

Т.к. K должно быть целым (т.к. кол-во операций не может быть дробным), то нельзя получить 55 монет из одной.

45 Отв: нет.

№4.

$$x^2+x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+7 \rightarrow x^2+x^7+2x^6+2x^5+2x^4+2x^3+2x^2+x+7 =$$

$$= (x^2+7)(x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+7)$$

45

№5.

Б-белые, С-синие, Z-зеленые
 пусть x, y, z - кол-во Б, С, Z лент соответственно. Тогда ответ на задачу равен $\max(x; y; z)+1$. Меньше $\max(x; y; z)+1$ лент могут иметь одинаковый цвет (например самый часто встречающийся), а при кол-ве лент $\max(x; y; z)+1$ по принципу Дирихле будут хотя бы 2 разного цвета.

т.к. среди 87 лент найдутся 3 разноцветных, то $\min(x; y; z) \geq 20$, т.к. если $\min(x; y; z) < 20$, то количество лент с самым частым и средним по частоте цветами будет $x+y+z - \min(x; y; z) = 100 - \min(x; y; z) = 100 - \min(x; y; z) > 80 \Rightarrow$ как минимум 81. что означает что можно гос-

№ _____
 на № _____ от _____

пять 81 длины, среди которых будет только 2 разнометрицы,
 что противоречит условию.

$$\min(x; y; z) \geq 20 \Rightarrow \max(x; y; z) \leq 100 - 2 \cdot \min(x; y; z) \leq 100 - 2 \cdot 20 = 60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \max(x; y; z) \leq 60 \Rightarrow \underline{\max(x; y; z) + 1 \leq 61.}$$

ответ

Получили оценку сверху. Приведем пример, когда эта оцен-
 ка достигается.

Рассмотрим $x=20, y=20, z=60$. Видно, что пример удовлетворяет условию
 (т.к. $\min(x; y; z) \geq 20$) и при этом ответ для этого примера
 равен $\max(x; y; z) + 1 = 61 \Rightarrow$ ответ на задачу 7. 61.

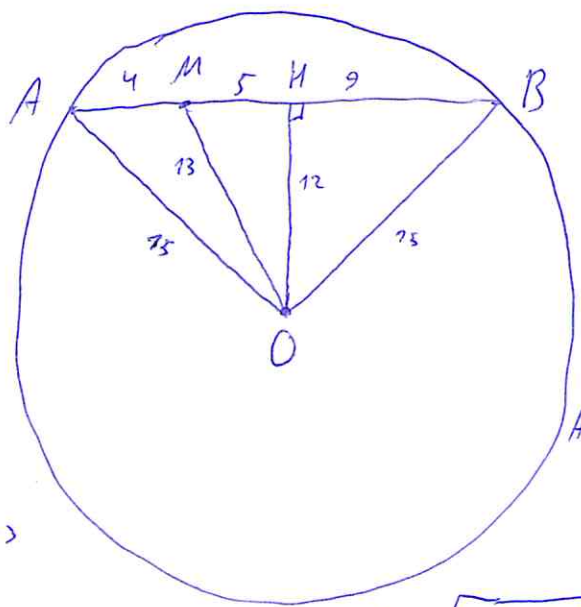
Имеем $\begin{cases} \text{ответ} \leq 61 \\ \text{ответ} \geq 61 \end{cases} \Rightarrow \text{ответ} = 61.$ 75 **Отв: 61.**

√3?

Дано: Найти:
) - центр окр. AM, MB - ?
 радиусом 15

AM = 13
 MB - хорда, про-
 ходящ. через M
 MB = 18

Решение:
 проведем OM - выс. ΔAOB
 $AO = OB \Rightarrow \Delta AOB \text{ равноб.}$
 $AB - \text{основание}$
 $\Rightarrow AM = MB$
 $AB = 18$



75
 Отв:
 AM = 4, MB = 14

$\Rightarrow AM = MB = 9 \Rightarrow \Delta OMB \text{ равноб.} \Rightarrow OM = \sqrt{OB^2 - MB^2} = \sqrt{225 - 81} = 12;$
 $\Delta MNO \text{ прямоугольный} \Rightarrow MN = \sqrt{MO^2 - NO^2} = 5$
 $MB = MN + NB = 5 + 9 = 14 \Rightarrow MA = 18 - 4 = 14$

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: likhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 на № _____ от _____

№2 Пусть ~~какие-то~~ $a \leq b$

$a^3 + b^3 = 2021$ $2021 = 43 \cdot 47$

$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = 2021$

Заметим, что не может быть $a \leq 0$ и $b \leq 0$, т.к. $a^3 + b^3$ будет ≤ 0 .

Рассмотрим случай $a \geq 0$ и $b \geq 0$.

Т.к. $a \leq b$ и $a^3 + b^3 = 2021$, то $b^3 \geq \frac{2021}{2} > 1010$ и

$b^3 < 2021$. $\begin{cases} b^3 > 1010 \\ b^3 < 2021 \end{cases} \Rightarrow b = 11$ или $b = 12$

$a^3 = 2021 - 11^3 = 690 \Rightarrow$ нет целых реш.

$a^3 = 2021 - 12^3 = 297 \Rightarrow$ нет целых реш.

Нет целых решений

\Rightarrow $a \geq 0$ и $b \geq 0$ быть не может.

Тогда $a \leq 0$ и $b \geq 0$.

Пусть $c = -a$. Тогда $c \geq 0$ и $b^3 - c^3 = 2021$ и $c \leq b$

$(b-c)(b^2 + bc + c^2) = 2021$
 $2021 = 47 \cdot 43 = 1 \cdot 2021$ $\Rightarrow b-c=1$ или $b-c=2021$
 или $b-c=43$ или $b-c=47$

Рассмотрим случай $b-c=1$. $b-c=1 \Rightarrow b=c+1$
 $b^3 - c^3 = 2021 \Rightarrow (c+1)^3 - c^3 = 2021 \Rightarrow 3c^2 + 3c + 1 = 2021 \Rightarrow 3(c^2 + c) = 2020 \Rightarrow$

$\Rightarrow c^2 + c = \frac{2020}{3} = 673 \frac{1}{3} \Rightarrow c$ - не целое \Rightarrow этот случай не годит.

x	x^3
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000
11	1331
12	1728
13	2197
14	2744
15	3375
16	4096
17	4913
18	5832
19	6859
20	8000
21	9267
22	10648
23	12167
24	13824
25	15625
26	17576
27	19683

4

119837

Министерство образования
 администрации города Хабаровска
 государственное автономное
 учреждение г.Хабаровска
 "ЦЕНТРАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ"
 ул. Горького, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 тел. (4212) 32-47 36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ИНН 19555554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 от _____

Теперь рассмотрим разность $(x+d)^3 - x^3$:

$$(x+d)^3 - x^3 = x^3 + 3dx^2 + 3d^2x + d^3 - x^3 = 3dx^2 + 3d^2x + d^3$$

Оценим её при $d \geq 40$: $(x+d)^3 - x^3 = 3dx^2 + 3d^2x + d^3 \rightarrow 3 \cdot 40 \cdot x^2 + 3 \cdot 1600x + 64000 =$
 $= 120x^2 + 4800x + 64000 \Rightarrow$ При $d \geq 40$ и $x \geq 0$ $(x+d)^3 - x^3 \geq 64000 \Rightarrow$

$\Rightarrow b-c \geq 40$ (т.к. в противном случае ~~бв~~ $b^3 - c^3 \geq 64000$) \Rightarrow
 Бугден

\Rightarrow случаи $b-c=43, b-c=47, b-c=2021$ не подх. \Rightarrow случаи $a \leq 0$ и $b \geq 0$ не подх.

Тогда имеем

- $a \leq 0$ и $b \leq 0$ - нет решений
- $a \geq 0$ и $b \geq 0$ - нет решений
- $a \leq 0$ и $b \geq 0$ - нет решений
- $a \geq 0$ и $b \leq 0$ - нет решений, т.к. $a \leq b \Rightarrow$ при $a \geq 0$ и $b \leq 0$ $a=b=0$ - не подх.

$$\Rightarrow \nexists a, b \in \mathbb{Z} : a^3 + b^3 = 2021$$

ОТВ.: Нет.

45

Проф. Шекера Т.В.
 Дир. Дубинская И.А.
 Зав. Юшина И.А.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
5	1	7	7	5	25

§ 11.4.

$$P(x) = x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1.$$

-квор: $P(x) = x^6 + 2x^7 + x^6 + x^5 + 2x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1 = x^6(2x^2 + 2x + 1) + x^3(x^2 + 2x + 1) + (x^2 + 2x + 1) =$

$$= (x^6 + x + 1)(x + 1)^2 = (x^6 + x + 1)(x^2 + 2x + 1).$$

§ 11.1.

нет, невозм т.к 1 монету мы размениваем на 5,
 а 5 из 5 монет мы можем получить только на 20 боль-
 ше, т.е 25, чтобы иметь в наличии 5 монет и можем
 получить

§ 11.1.

нет. т.к из 1 монеты мы можем получить на
 4 больше, тогда $\Sigma 1 + 4 \cdot n = 50$, $4 \cdot n = 49$, т.к 4-четное, а 49-нет,
 то уравнение не имеет целых корней \Rightarrow мы не
 можем получить 50 монет, самое близкое $n=12$, тогда
 мы получим 49 монет.

50

§ 11.5.

Т.к из 81 - точно 3 разноцветных, то в худшем случае
 79 из них были одного цвета

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 на № _____ от _____

§ 11.2

$$0^3 = 0 \quad 8^3 = 512$$

$$1^3 = 1 \quad 9^3 = 729$$

$$2^3 = 8 \quad 10^3 = 1000$$

$$3^3 = 27 \quad 11^3 = 1331$$

$$4^3 = 64 \quad 12^3 = 1728$$

$$5^3 = 125 \quad 13^3 = 2197, \text{ ни одно из этих чисел в сумме}$$

$$6^3 = 216 \quad \text{или разности не даёт } 2021, + \text{ у } 2021 \text{ нет}$$

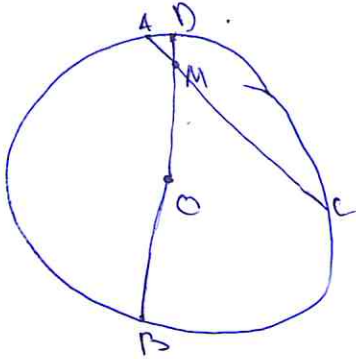
$$7^3 = 343 \quad \text{разности от } 2021 \text{ простое число} \Rightarrow$$

не существует.

15

на № _____ от _____

С. П. З.



Дано: окруж. т.о-центр.

$R = 15$, AC-хорда

$OM = 13$, т. $M \in AC$

Найти: AM и MC

Решение

1) Построим диаметр, мы знаем, что диаметр тоже хорда, а также мы знаем, что при P хорд взаиморавенство отрезков равны, т.е.

BD - хорда

AC - хорда, они \perp в т. M

\Downarrow

что $DM \cdot MB = AM \cdot MC$, т.к $OM = 13$, $DM = 2$ и

$BM = 2 \cdot DO - DM = 28$

$$\begin{cases} DM \cdot MB = 56 \\ DM + MB = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} AM \cdot MC = 56 \\ AM + MC = 18, AM = 18 - MC \end{cases}$$

\Downarrow

$$(18 - MC)MC = 56$$

$$18MC - MC^2 - 56 = 0$$

$$MC^2 - 18MC + 56 = 0$$

$$MC_1 + MC_2 = 18$$

$$MC_1 \cdot MC_2 = 56$$

$$MC_1 = 14, MC_2 = 4$$

$$AM_1 = 18 - 14 = 4, AM_2 = 18 - 4 = 14$$

\Rightarrow что делится на отрезки

11 ... 111

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "ЦЕНТР ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 от _____

Носитель № 15

§ 11.5.

Всего 100 цент

доставил, в худшем случае 80-были другие цвета,

а 81-третьего, того же цвета, что и остальные 19, оставшиеся в шаре, ~~и так далее~~ ⇒ $x = 20$ цент одного

Тогда $20 + y + z = 100$, и тогда в худшем случае $y = 20$ цент другого
 $y + z = 80$ $z = 60$ цент третьего,
 случаи ~~и~~ z цент

должны $\geq x$ центам, ибо если их будет $<$, то цент которые нам нужно было доставить для 100% 3-х цветов тоже было бы больше, тогда в худшем случае y нас z цент = x цент = 20 цент ⇒ $y + z = 80$.

$y + 20 = 80$

$y = 60$, в худшем случае мы доставим

60 цент одного цвета, и 81-другого, либо можно рассмотреть лучший случай, когда $y = z$, тогда как-то

нужны доставили бюджет $y + 1$, $y + z = 80$, и равно.

= 11.

$2y = 80$

$y = 40$

§ 11.2.

Нет, не существует, т.к. число оканчивается на 1, тогда кубы должны оканчиваться на 01, 8 и 3, или 7 и 4,

число 2021 - простое, а если бы
Игорь Юрьевич И.А.
Илья Сергеевич И.А.

117767

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: likhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
7	3	7	7	0	245

на № _____ от _____ № _____

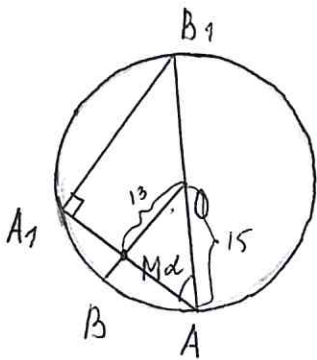
№ 11.4.

$$P(x) = x^8 + x^7 + \dots + x^2 + x + 1$$

$$x^8 + 2x^7 + x^6 + x^5 + 2x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1 =$$

$$= x^6(x^2 + 2x + 1) + x^3(x^2 + 2x + 1) + (x^2 + 2x + 1) = (x^2 + 2x + 1)(x^6 + x^3 + 1)$$

№ 11.3.



Дано: окр(0; 15).

$$OM = 13.$$

AA₁ - хорда, AA₁ = 18.

Найти: A₁M, MA.

Решение:

- 1) Построим диаметр AB₁, AB₁ = 2R = 2 · 15 = 30.
- 2) $\angle B_1A_1A$ - вписанный, опирающийся на диаметр $\Rightarrow \angle B_1A_1A = 90^\circ \Rightarrow \triangle B_1A_1A$ - пр/уг.

- 3) $\angle B_1AA_1 = \angle$

$$\text{из } \triangle AA_1B: \cos \angle = \frac{AA_1}{AB_1} = \frac{18}{30}$$

$$\text{из } \triangle AMO \text{ по теореме косинусов: } \cos \angle = \frac{AM^2 + AO^2 - MO^2}{2 \cdot AM \cdot AO}, \text{ пусть}$$

$$AM = x, \text{ тогда } \cos \angle = \frac{x^2 + 15^2 - 13^2}{2 \cdot x \cdot 15} = \frac{x^2 + 225 - 169}{30x} = \frac{x^2 + 56}{30x}$$

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: likhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

на № _____ от _____

$$4) \cos \alpha = \cos \beta$$

$$\frac{18}{30} = \frac{x^2 + 56}{30x}$$

$$18 \cdot 30x = 30(x^2 + 56)$$

$$18x = x^2 + 56$$

$$x^2 + 56 - 18x = 0$$

$$x^2 - 18x + 56 = 0$$

$$D = 18^2 - 4 \cdot 56 = 324 - 224 = 100$$

$$x_1 = \frac{18 + 10}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

$$x_2 = \frac{18 - 10}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$5) AM = 14, AM' = 4.$$

$$A_1M = AA_1 - AM = 18 - 14 = 4$$

$$A_1M' = AA_1 - AM' = 18 - 4 = 14$$

следовательно отрезки, на которые делится хорда равны 4 и 14.

Ответ: 4, 14.

75

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: ltkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

на № _____ № _____
 от _____

№ 11.1

1 монета \rightarrow 55 монет - ?

Аппарат меняет одну монету на пять других, следовательно количество монет каждый раз увеличивается на 4 ($5-1=4$).
 r - сколько раз кладем монеты в автомат, $r \in \mathbb{Z}$.

$$1 + 4r = 55$$

$$4r = 55 - 1$$

$$4r = 54$$

$$r = \frac{54}{4} = 13,5$$

Так как r может быть только целым положительным числом, следовательно разменять металлический рубль на 55 монет нельзя.

Ответ: нет.

№ 11.2

$$a, b \in \mathbb{Z}$$

$$a^3 + b^3 = 2021$$

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = 2021$$

$$43 \cdot 47 = 2021 \Rightarrow 1) a+b=43; a^2 - ab + b^2 = 47$$

$$2) a+b=47; a^2 - ab + b^2 = 43$$

$$1) a+b=43; a^2 - ab + b^2 = 47$$

$$\# a = 43 - b$$

117767

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

на № _____ от _____

$$(43-b)^2 - b(43-b) + b^2 = 47$$

$$43^2 - 86b + \underline{b^2} - 43b + \underline{b^2} + \underline{b^2} = 47$$

$$3b^2 - 129b + 43^2 - 47 = 0$$

$$3b^2 - 129b + 1802 = 0$$

$$D = 129^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1802 = 16641 - 21624$$

$D < 0 \Rightarrow$ нет корней \Rightarrow целых чисел a и b не существует.

2) $a = 47 - b$

$$(47-b)^2 - b(47-b) + b^2 = 43$$

$$47^2 - 94b + \underline{b^2} - 47b + \underline{b^2} + \underline{b^2} - 43 = 0$$

$$3b^2 - 141b + 2166 = 0$$

$$D = 141^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2166 = 19881 - 25992$$

$D < 0 \Rightarrow$ нет корней \Rightarrow целых чисел a и b не существует.

Ответ: таких чисел не существует. *30*

И. Шекера Т. В.
Д. В. Дурдина
С. В. Стошина
Н. А.

119230

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 61955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
7	2	7	7	0	235

1. операция $f(n)$ над числом может n удваивает орду и
 замечает её на 5: $f(n) = n - 1 + 5 \geq n + 4$
 тогда k операций над одной монеткой ($k \in \mathbb{N}$) $f_k(1) = 1 + 4 \cdot k$. *Верно*
 необходимо проверить возможность получения числа 55:
 $55 = 1 + k \cdot 4 \Rightarrow k \cdot 4 = 54$, но $54 \neq 4 \Rightarrow \nexists k \in \mathbb{N} : f_k(1) = 1 + 4 \cdot k = 55$
 \Rightarrow нет, не выйд.

2. ? $\exists a, b \in \mathbb{Z} : a^3 + b^3 = 2021$.

~~Сначала частному случаю теоремы. Верно $\nexists a, b \in \mathbb{Z}$~~

Вспомним кубы всех чисел от одного до 12

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 8$$

$$3^3 = 27$$

$$4^3 = 64$$

$$5^3 = 125$$

$$6^3 = 216$$

$$7^3 = 343$$

$$8^3 = 512$$

$$9^3 = 729$$

$$10^3 = 1000$$

$$11^3 = 1331$$

$$12^3 = 1728$$

$13^3 > 2021$, это число мы не учисываем.

Вспомогая из 2021 все \mathbb{Z} кубы по порядку:

$$2021 - 1^3 = 2020$$

$$2021 - 6^3 = 1805$$

$$2021 - 11^3 = 690$$

$$2021 - 2^3 = 2013$$

$$2021 - 7^3 = 1678$$

$$2021 - 12^3 = 293$$

$$2021 - 3^3 = 1994$$

$$2021 - 8^3 = 1505$$

$$2021 - 4^3 = 1957$$

$$2021 - 9^3 = 1292$$

$$2021 - 5^3 = 1896$$

$$2021 - 10^3 = 1021$$

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: likhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

на № _____ от _____

3.

Дано:

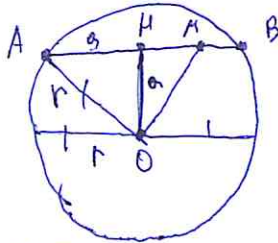
Заметим:

$OM = 13$

$R = 15; AB = 18$

AM - ?

BM - ?



проведём перпендикуляр к АВ : ОМ.

$OA = r = 15$

т.к. $\triangle AOM$ - прямоугольный: $OM = \sqrt{r^2 - g^2} = \sqrt{225 - 81} =$
 $= \sqrt{144} = 12$

$\triangle OMM$ - прямоугольный $\Rightarrow OM \perp MM = \sqrt{OM^2 - ON^2} = \sqrt{144 - 121} = 5$
 $\Rightarrow AM = AN + NM = 3 + 5 = 8$

$BM = BN - NM = 9 - 5 = 4$.

Ответ: $AM = 8; BM = 4$.

45

5. всего есть 100 лент.

если 81 - это число лент, где обязательно будет 3 разнок. ^{максимальное}
 то 80 - это ^{самое} число лент ^{как кан.} двух каких либо цветов, ^{или 1-70}
 тогда: $81 - 1 = 80$.

$a + b + c = 100$

где a, b, c - кол-во лент.

пусть b и c - это ленты, которые в сумме дают 80

$a + 80 = 100$

суммарным

05

$a = 20$. т.к. $b + c = 80$ было наибольшим числом лент двух цветов.

то $a = 20$ - наименьшее число лент одного цвета.

тогда рассуждая ещё одну ^{будет} можно получить другой цвет.
 т.к. разгадка одна и та же 21 лента

№ _____
 на № _____ от _____

Ни одно из этих чисел не является кубом:

$$2021 - a^3 = b^3 : \nexists a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2021 \neq a^3 + b^3 : a, b \in \mathbb{Z}$$

Предположим, что $a \geq 0$ и $b < 0$; a и $b \in \mathbb{Z}$.

$$\text{тогда } a^3 + b^3 = a^3 - c^3 : c = -b$$

$$a^3 - c^3 = (a - c)(a^2 + ac + c^2)$$

$$2021 - \text{простое число} \Rightarrow a - c = 1$$

$$\text{тогда } a = c + 1$$

$$2021 = (c+1)^2 + (c+1) \cdot c + c^2$$

$$2021 = c^2 + 2c + 1 + c^2 + c + c^2$$

$$2021 = 3c^2 + 3c + 1$$

$$3c^2 + 3c - 2020 = 0$$

$$c = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 24240}}{6}$$

$$\sqrt{24249} \notin \mathbb{N} \Rightarrow \nexists c \in \mathbb{N} \Rightarrow \nexists a \geq 0, b < 0 \in \mathbb{Z} : a^3 + b^3 = 2021.$$

если a и $b < 0$ то $a^3 + b^3 < 0$, что тоже соответствует
 невозможности равенства \Rightarrow ответ: нет, нельзя.

25

Имя Шекера Т. В.

Имя Александров И. А.

Имя Юшина И. А.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "ЦЕНТР ИННОВАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 от _____

$$4. (x^2 + 1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = P(x)$$

$$= x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 =$$

$$= x^8 + x^7 + 2x^6 + 2x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x + 1$$

Ответ: упрощается коэффициент при x^6, x^5, x^4, x^3, x^2 , тогда

$$P(x) = (x^2 + 1)(x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) \quad 45$$



УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
7	0	7	0	7	210

на № _____
 от _____

11.1

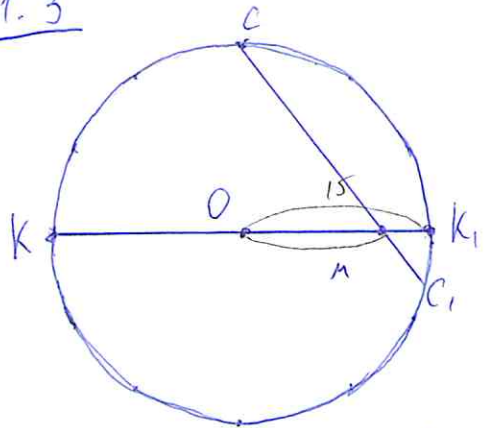
при размене одной монеты на 5, общее число монет увеличивается на 4:
 $K_1 = n + 1$, где K - ~~каждо~~ ^{всего} монет
 $K_2 = n + 5$
 $K_2 - K_1 = n + 5 - n - 1 = 4$, то есть кол-во монет увеличится на 4 \Rightarrow
 \Rightarrow если изначально 1 монета, то конечное число монет равно 55
 можно составить равенство:

$1 + 4 \cdot n = 55$, где n - количество разменок $\Rightarrow n \in \mathbb{Z}$
 $4n = 55$

$n = 13,5$, что невозможно т.к. $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ невозможно размен-
 нить 1 рубль на 55 монет.

Ответ: невозможно разменять 1 рубль на 55 монет. **45**

11.3



Дано: $\text{окр}(O)$
 ~~$R = 15$~~ $R = 15$
 $OM = 13$
 $CC_1 = 18$

Найти: длину отрезков, на которые точка M делит хорду CC_1

Решение: рассм. $\text{окр}(O)$
 1) $KK_1 = d = 2R = 15 \cdot 2 = 30$, $KO = R = 15 \Rightarrow KM = KO + OM = 28$
 2) $CM + C_1M = CC_1 = 18$

№ _____
 на № _____ от _____

3) расск. хорду CC_1 и диаметр KK_1 , по т. $MC_1 \cdot CM = KM \cdot MK_1$.

$$KM \cdot MK_1 = 28 \cdot (KK_1 - KM) = 28 \cdot (30 - 28) = 28 \cdot 2 = 56 \Rightarrow$$

$\Rightarrow CM \cdot MC_1 = 56$, из п-2 док-ва $CM + C_1M = CC_1 = 18 \Rightarrow$ запишем систему:

$$\begin{cases} CM \cdot C_1M = 56 & \textcircled{2} \\ CM + C_1M = 18 & \textcircled{1} \end{cases} \quad \textcircled{1} \quad CM + C_1M = 18$$

$$CM = 18 - C_1M$$

$$\textcircled{2} \quad (18 - C_1M) \cdot C_1M = 56$$

$$18C_1M - C_1M^2 = 56$$

$$18C_1M - C_1M^2 - 56 = 0$$

$$C_1M^2 - 18C_1M + 56 = 0$$

$$D = 18^2 - 56 \cdot 4 = 324 - 224 = 100$$

$$C_1M = \frac{18 \pm 10}{2}$$

$$C_1M = 14$$

$$C_1M' = 4$$

$$\text{, тогда } CM = 18 - 14 = 4$$

$$CM' = 18 - 4 = 14 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \left. \begin{matrix} CM = 14, C_1M = 4 \\ C_1M' = 4, CM' = 14 \end{matrix} \right\} \Rightarrow CC_1$ делится т. М на отрезки 4 и 14

Ответ: CC_1 делится точкой М на отрезки 4 и 14

76

118048

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 на № _____ от _____

11.5

1) Пусть кол-во лент одного цвета - x , кол-во лент второго цвета - y , и кол-во лент 3-го цвета - z .

2) В условии дано, что среди 81 ленты есть хотя бы 2 разноцветных \Rightarrow
 \Rightarrow крайний случай будет если разноцветных лент всего 2, то есть ~~1~~
~~вытащить~~ для выполн. условия необходимо вытащить все ленты
 2-х цветов и 1 ленту 3-го цвета:

$$x + y + 1 = 81 \Rightarrow x + y = 81 - 1 = 80$$

3) т.к. всего лент 100, то $x + y + z = 100$, т.к. $x + y = 80$, то $z = 100 - (x + y) = 100 - 80 = 20$.

4) кроме условия $x + y + 1 = 81$ лентам также выполняются условия

$$\begin{cases} x + z + 1 \leq 81 \\ y + z + 1 \leq 81 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + z \leq 80 \\ y + z \leq 80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 60 \\ y \leq 60 \end{cases}$$

Предположим, крайний случай: $x = 60$, тогда $y = 100 - 60 - 20 = 20$

\Rightarrow чтобы вытащить хотя бы 2 разноцветных ленты необходимо вытащить ~~во 71-ю ленту~~
 $x + 1$ ленту (т.к. x большее значение), то есть $60 + 1 = 61$ ленту.

Ольга Рубина И.И.
Ирина Шенер Т.В.
Юлиана Ч.А.

5) Док-во:
 Предположим, что для того, чтобы вытащить хотя бы 2 разноцвет. лент
 необходимо вытащить на 1 ленту меньше, то есть 60 \Rightarrow
 $\Rightarrow x + 1 = 60 \Rightarrow x = 59$, тогда рассм. крайний случай выполняе-
 мый 3-х разноцвет. лент:

$$\begin{aligned} x + y + 1 &= 81 \\ 59 + y &= 80 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + z + 1 \leq 81 \text{ (1)} \\ y + z + 1 \leq 81 \text{ (2)} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{(1)} \quad 59 + z + 1 &= 80 \\ z &= 80 - 60 = 20 \end{aligned}$$

противоречие \Rightarrow
 ответ: 61

Ответ: 61