

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
50	70	40	70	70	30

№ 098704
 на № _____ от _____

Юшманов Н. А.
 Якубинская И. А.

№ 9.1.

У числа 111 4 натуральных делителя: 1, 3, 37 и 111. Чтобы дробь была не сократимой её числитель не должен делиться на 3, 37 и 111 (на 1 делится все числа). Чтобы дробь была правильной, числитель должен быть меньше 111 и больше - 111.

111 : 37 = 3 - кол-во чисел от 1 до 111 делимых на 37
 111 : 3 = 37 - кол-во чисел от 1 до 111 делимых на 3
 При этом 111 повторяется дважды. и 111 : 111 = 1, но это мы уже посчитали
 37 + 3 - 1 = 39 - кол-во чисел от 1 до 111 делимых на 3 или 37
 111 - 39 = 72 - кол-во чисел не делимых на 3 или 37
 Но эти же числа можно отсчитать. $\frac{1}{111}$ является правильной несократимой дробью, так же, как и $\frac{1}{111}$. Значит это число нужно умножить на 2.

поэтому правильные дроби не множатся на 2
 чисел

$72 \cdot 2 = 144$ (числа)

$(\frac{0}{111})$ сокращается, а значит дроби не посчитана. Мы её ни разу не считали.
 Ответ 144 числа от -111 до +111 не имеют с ними общих делителей, кроме 1, значит они могут быть числителями правильной несократимой дроби со знаменателем 111
 Ответ: 144

№ 9.2.

$(x+y)^3 = (x^2 + 2xy + y^2)(x+y) = x^3 + 2x^2y + xy^2 + x^2y + y^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = x^3 + 3xy(y+x) + y^3$

при $y+x=1$

$(x+y)^3 = x^3 + 3xy \cdot 1 + y^3 = x^3 + 3xy + y^3$

$1^3 = x^3 + 3xy + y^3$

$x^3 + 3xy + y^3 = 1$

№ 098704
 на № _____ от _____

№9.3.

a $a-n$ $a+n$
 $a+n$ $a-n$ a

частичный сдвиг

число вида $a-naa+n$ не делится на 3 (знак деления от 1 и самого себе)
 по этому $a-n+a+a+n$ не делится на 3 (признак делимости на 3)
 но $a-n+a+a+n=3a$

$$\frac{3a}{3} = a$$

Следовательно такого числа не существует.

№9.5

Заметим, что если на месте n стоит белая книга (далее B), то на месте $B+n$ стоит черная (далее $Ч$). Если на месте n стоит $Ч$, то мы можем поставить B (вторую $Ч$ нам смысла ставить нет, нам нужно больше B). Следовательно

$666 : 14 = 47$ (остаток 8) — столько элементов состоит цепочка
 $47 : 2 = 23$ (ост. 1) — столько в этой цепочке белых и черных книг, но мы берем 23 $Ч$ и 24 B (нужно больше B).
 Всего таких цепочек 14 т.к. при $n=15$ нам не нужны.

$$n+14 = 1+14+14, \text{ а пересеклись}$$

$$\text{Следовательно } B = 24 \cdot 14 = 336 \quad (Ч = 14 \cdot 23 = 322)$$

Остатком 8 все книги $Ч$, так как последние книги цепочек B таких B 14, за ними нельзя поставить B раньше, чем через 13 книг.
 (Если мы рассматриваем цепочку, где $B=23$, а $Ч=24$, то 8 остатка могут быть белыми, но тогда $B=330$, а это < 336)
 (Если же мы меньше в каждой цепочке кол-во B и $Ч$, это ничего не даст, а общее B останется неизменной или уменьшится.)

Допустим в $n+14$, где $n=14$ 23 B и 24 $Ч$, тогда остаток все $Ч$, а кол-во B уменьшится на 1, а если в $n+14$, где $n=1$, 23 B и 24 $Ч$, тогда остатке может быть одна B , и B неизменна. 1
 Ответ: 336, например где 14 B подряд, потом 14 $Ч$ и т.д. в конце 14 B и 24 $Ч$.

№ 09 8704
 на № _____ от _____

№ 9.4.

Дано:

$\triangle ABC$

$AB = 6$

$AC = 8$

BN и CM - медианы

$BN \perp CM$

$BC = ?$

- $MB = AB : 2 = 3$ (CM-медиана)
- $NC = AC : 2 = 4$ (BN-медиана)
- D - т. пересечения медиан \Rightarrow

$$\frac{BD}{DN} = \frac{2}{1} \quad \text{и} \quad \frac{CD}{MO} = \frac{2}{1}$$

пусть $MO = a$; $DN = b$

- $\triangle BOM$ - прямоугольный ($BN \perp CM$)

$$MO^2 + BO^2 = MB^2$$

$$a^2 + (2b)^2 = 3^2$$

$$a^2 + 4b^2 = 9$$

- $\triangle ONC$ - прямоугольный ($BN \perp CM$)

$$ON^2 + OC^2 = NC^2$$

$$\begin{cases} b^2 + 4a^2 = 16 \\ a^2 + 4b^2 = 9 \end{cases} +$$

$$5(a^2 + b^2) = 25 \quad a^2 + b^2 = 5$$

- $\triangle OBC$ - прямоугольный ($BN \perp CM$)

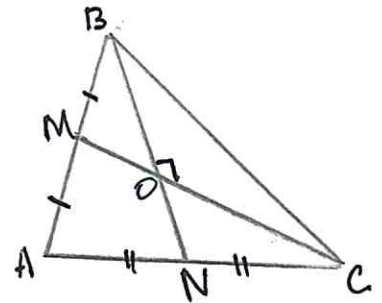
$$BO^2 + OC^2 = BC^2$$

$$4a^2 + 4b^2 = BC^2$$

$$4(a^2 + b^2) = 5 \cdot 4 = 20$$

$$BC = \sqrt{20}$$

Ответ: $BC = \sqrt{20}$



Handwritten signature or mark in red ink.

1	2	3	4	5	Σ
6	4	0	4	4	27

Аюшмаа И.А.
Аюшмаа И.А.

№9.1

Всего правильных дробей: 0 знаменатели 111 + 110 (числитель от 1 до 110). Чтобы дробь была несокращимой, числитель не должен делиться на знаменатель 111 (кроме 1). Всего точек от 1 до 110: $\lfloor \frac{110}{3} \rfloor = 36$ чисел, которые делятся на 3 и $\lfloor \frac{110}{37} \rfloor = 2$ числа, которые делятся на 37.

Всего ~~чисел~~ дробей, подходящих условию: $110 - 2 - 36 = 72$.

ОТВЕТ: 72.

№9.2

$$x^3 + 3xy + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) + 3xy = x^2 - xy + y^2 + 3xy = (x^2 + 2xy + y^2) = (x+y)^2 = 1^2 = 1$$

ОТВЕТ: 1.

№9.3

Число 123 является простым, т.к. $123 \div 2$; $123 \div 3$; $123 \div 5$; $123 \div 7$; $123 \div 11$ (т.е. не делится на простые числа от 2 до $\lfloor \sqrt{123} \rfloor = 11$).
 При этом, его цифры образуют арифметическую прогрессию.

094497 2 стр.

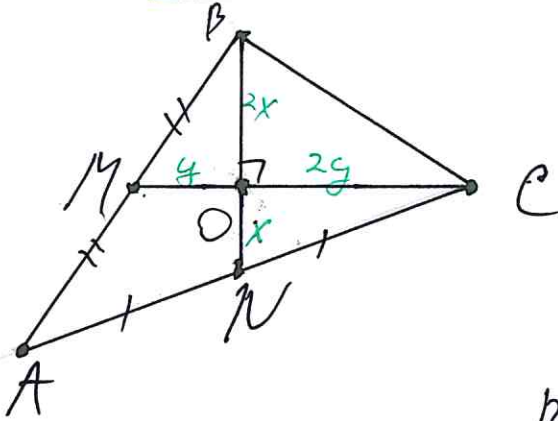
УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: likhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 от _____
 на № _____

$1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+1} 3. \Rightarrow$ существует.

ОТВЕТ: 901.

$\sqrt{=9.4}$.



1) $\square OM \cap BN$ в $(\cdot)O$. Тогда

$BO:ON = 2:1$

$CO:OM = 2:1$ (по св-ву точки пересеч. медиан)

$\square ON = x$, а $MO = y$:

$BO = 2x, CO = 2y$

2) $MB = \frac{1}{2} AB = 2$

$NC = \frac{1}{2} AC = 2$

3) По т. Пифагора:

$$\begin{cases} OM^2 + OB^2 = MB^2 \\ ON^2 + OC^2 = NC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + (2x)^2 = 4 \\ (2y)^2 + x^2 = 4 \end{cases} \quad \text{⊕}$$

$5(x^2 + y^2) = 25$

$x^2 + y^2 = 5$

4) По т. Пифагора:

$BC = \sqrt{BO^2 + OC^2} = \sqrt{(2x)^2 + (2y)^2} = \sqrt{4(x^2 + y^2)} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

ОТВЕТ: $2\sqrt{5}$.

094497 3 стр -

№ 9.5.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
Муниципальное автономное
образовательное учреждение г.Хабаровска
"Лицей инновационных технологий"
ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
E-mail: likhv@mail.ru
ОКПО 61955554 ОГРН 1072721013683
ИНН 2721151049 / КПП 272101001

Р-м 28 стоящих подряд книг:
 $\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3; \dots; \alpha_{28}$.

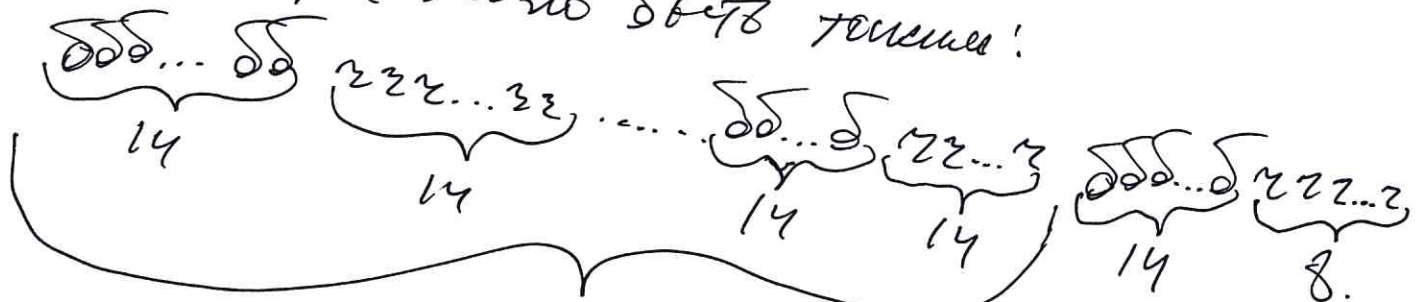
Для любой книги α_i ($1 \leq i \leq 14$)

книга α_{i+14} должна быть черной, а для любой
книги α_j ($15 \leq j \leq 28$) книга α_{j-14} - тоже черная
~~и книга α_{j-14} - тоже белая~~

~~Предположим, что среди этих 28 книг хотя бы
15 белых.~~ Заметим все книги α_j на черные, а
 α_{j-14} на белые (кал-во белых и черных книг не
изменяется). Тогда все книги от 15 до 28 - черн., не
более 14 (в любой группе стоящих подряд 28 книг
книг).

Р-м все такие группы из 28 книг не может быть
более 1, это т.е. одна книга не находится в 2-х груп-
пах одновременно. Таким групп $\lfloor \frac{666}{28} \rfloor = 23$ и еще 22
книги, а в ост. 22 тоже не более 14, т.е. всего белых
книг не более 336.

Расположение можно быть таким:



~~46~~ 46

ОТВЕТ: 336.

7

Назарова

1 стр из 2х

091762

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Центр инновационных технологий"
 ул. Горького, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47 36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: itkhy@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	1	3	25

Получила И.А.
 Функционал И.А.

Зад. 2) $x+y=1$

$$x^3 + 3xy + y^3 = (x^3 + y^3) + 3xy =$$

$$= (x+y)(x^2 - xy + y^2) + 3xy =$$

$$= 1 \cdot (x^2 - xy + y^2) + 3xy =$$

$$= x^2 - xy + y^2 + 3xy =$$

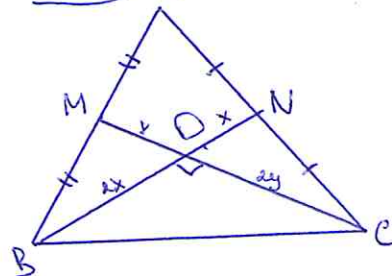
$$= x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 =$$

$$= (1)^2 = 1^2 = 1$$

П.к. $x+y=1$ по усл., что
 каждый раз, когда мы по-
 лучаем $x+y$, мы можем
 заменить данное выраже-
 ние на 1. ~~Заменим~~
 Делаем данное действие
 мы начатое выражение
 привели к $(x+y)^2$; заменим
 $x+y$ на 1 и получим $1^2=1$

Ответ: 1.

Зад. 4) А



Дано:
 $\triangle ABC$
 $AB=6$
 $AC=8$
 BN, CM - мед.
 $BN \perp CM$
 Найти:
 BC

Решение:

- $\triangle BN \cap CM = O$
- BN, CM - мед. $\Rightarrow BO : ON = CO : OM = 2 : 1$
 (св-во точки пересечения мед.)
- $\angle OMB = 90^\circ$ (угл.) $\Rightarrow \triangle OMB$ -
 прями. \Rightarrow по т. Пифагора $BM^2 = OB^2 + OM^2$
- $\angle ONC = 90^\circ$ (угл.) $\Rightarrow \triangle ONC$ -
 прями. \Rightarrow по т. Пифагора $NC^2 = ON^2 + OC^2$
- BN - мед. $\Rightarrow AN = NC = \frac{1}{2} AC = \frac{8}{2} = 4$
- CM - мед. $\Rightarrow AM = BM = \frac{1}{2} AB = \frac{6}{2} = 3$
- $BM^2 = 3^2 = 9$
- $CN^2 = 4^2 = 16$

Зад. 1)
 $\frac{a}{111} = \frac{a}{3 \cdot 37}$, где $a \in \mathbb{N}$, $1 \leq a < 111$
 Всего \exists 110 вариантов a .
 $\frac{a}{111}$ - несокр., если a и 111 - взаимно просты.
 $111 = 3 \cdot 37 \Rightarrow 111 : 1; 111 : 111; 111 : 3; 111 : 37 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a \nmid 3, a \nmid 37$.
~~Найдём~~ Найдём самое большое ч-но,
 которое $: 37$ и ~~при этом~~ < 111 .
 Это 74, т.к. $74 = 37 \cdot 2 \Rightarrow 74 : 37$ и
 $74 < 111$ (это самое большое ч-но,
 т.к. $37 \cdot 3 = 111$, но $111 = 111 \Rightarrow 111 \nmid 111$).
 Тогда всего есть 2 ч-на $: 37$ и < 111 ,
 это ч-на 37 и 74. Заметим, что
 $37 \nmid 3$ и $74 \nmid 3$.
 Найдём самое большое ч-но, которое
 $: 3$ и < 111 . Это 108, т.к. $108 = 3 \cdot 36$
 и $108 < 111$ (это самое большое, т.к.
 $3 \cdot 37 = 111$, но $111 \nmid 111$). Тогда есть
 36 ч-н $: 3$ и < 111 . Заметим, что
 т.к. $108 = 3 \cdot 36$, то все ч-на $: 3$ и ≤ 108
 $\nmid 37$ т.к. 37 простое, а в их разложении
 а множители все ч-на < 37 , а 37
 нельзя образовать, используя другие
 простые ч-на).
 П.к. все ч-на < 111 среди ч-н $: 3$
 $\nmid 37$ и среди ч-н $: 37 \nmid 3$, то
 и одно ч-но не встречается в
 данных множествах одновременно.
 Тогда найдём кол-во a , подходящих
 оду условию. 110 вар. - всего; 2 вар. $: 37$
 и 36 вар. $: 3 \Rightarrow 110 - 36 - 2 = 110 - 38 = 72$ варианта
 $\Rightarrow 72$ гроби можно составить.
 Ответ: 72.

№ _____ от _____

§ 9.4) (продолжение)

г) $OM = \frac{1}{3} CM$ (из п. 2), аналогично $ON = \frac{1}{3} BN$, $OB = \frac{2}{3} BN$, $OC = \frac{2}{3} CM$.

д) из п. 3 $OM^2 + OB^2 = BM^2 = 9$, из п. 4 $ON^2 + OC^2 = CN^2 = 16$

$\Rightarrow OM^2 + ON^2 + OB^2 + OC^2 = 9 + 16 = 25$
 $= (\frac{CM}{3})^2 + (\frac{BN}{3})^2 + (\frac{2BN}{3})^2 + (\frac{2CM}{3})^2 =$

$= \frac{CM^2 + 4CM^2 + BN^2 + 4BN^2}{9} =$

$= \frac{5BN^2 + 5CM^2}{9} = BN^2 + CM^2 =$

$= 9 + 16 = 25 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{5(BN^2 + CM^2)}{9} = 25 \Rightarrow$

$\Rightarrow BN^2 + CM^2 = \frac{25 \cdot 9}{5} = 45$

е) $\triangle COB$ - прями, $\angle COB = 90^\circ$ (срл.) \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle COB$ - прями. \Rightarrow по т. Пифагора

$BC^2 = OB^2 + OC^2 = (\frac{2BN}{3})^2 + (\frac{2CM}{3})^2$

$= \frac{4BN^2 + 4CM^2}{9} = \frac{4(BN^2 + CM^2)}{9} =$

$= \frac{4 \cdot 45}{9} = 20 \Rightarrow BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Ответ: $BC = 2\sqrt{5}$.

§ 9.3) ~~.....~~

$\exists \Rightarrow \exists abc$ - такое ч-по $\exists x_1, x_2, x_3$ - ~~цифры~~ данного ч-па, которое в каком-то порядке свои ветки будут a, b, c .

$|x_1 + k = x_2| \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 =$
 $|x_2 + k = x_3|$

$= x_1 + x_1 + k + x_2 + k = 2x_1 + 2k + x_1 + k =$

$= 3x_1 + 3k = 3(x_1 + k) = a + b + c \Rightarrow$

$\Rightarrow a + b + c \equiv 3 \pmod{3} \Rightarrow abc \equiv 3$

§ 9.5) Ответ: 336.

$\exists \delta$ - книга по деп. мат.

$\exists \gamma$ - книга по черн. машин

Заметим, что ~~.....~~ не можем собрать более 14 δ подряд, т.к. чаще найдется книга β между которыми 13 книг. Покажем это от обратного \exists есть 15 и более δ подряд. Тогда пронумеруем их слева направо. 1-я и 15-я книги будут δ , но между ними ровно 13 книг - противоречие условию \Rightarrow ситуация невозможна.

Пример: $336 = 14 \cdot 24 \Rightarrow$ можно разделить эти книги на 24 группы по 14 кн. в каждой. Книги в каждой группе стоят подряд. Оставим на γ 330 книг, которые можно разделить на 23 группы по 14 книг и на ещё одну группу из 8 книг. Можно расставить книги слева направо и будем чередовать δ и γ группы (начиная с δ), пока они не закончатся. Т.к. δ групп больше, то последней будет группа δ , после неё останется 8 книг γ . При такой расстановке ещё не более 14 δ книг подряд и через 13 книг в любую сторону (кроме тех, что ближе к краю \Rightarrow в одну из сторон < 13 книг \Rightarrow там тоже в одну сторону) от каждой δ отойдет γ \Rightarrow расстановка подходит под срл.

Покажем, что 336 - макс. от обратного \exists можно 337 δ книг. Тогда расставим 24 группы δ по 14 кн. каждая по очереди слева направо, найдём самую правую группу δ и отметим ~~.....~~ краской шестя на полке, где не могут стоять δ (из свободных; \exists мы знаем шестя γ на полке где стоят книги). Т.к. в этой γ 14 δ книг, а шестя оставлен \Rightarrow то все они будут от отмечены краской \Rightarrow тогда между δ негде ставить $\delta \Rightarrow$ последнюю δ поставили некуда \Rightarrow сл. невозможна ситуация \Rightarrow больше невозможно.

§ 9.3) (продолжение)

\Rightarrow мы получили противоречие \Rightarrow с \Rightarrow предположение не верно \Rightarrow \Rightarrow такого ч-па не существует

Ответ: нет.

2

но abc - трёхзнач., а единств. ~~.....~~ \Rightarrow $abc \equiv 3 \pmod{3}$ - оссл. ч-по. которое \exists это $3 \Rightarrow abc$ - оссл. "

Лушанова

098728

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: likhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
6	7	0	7	3	23

Клишан И.А.
 Лушанова И.А. *5/1*

6

Задача 1

Чтобы дробь была правильной существует 110 вариантов числителя
 Чтобы дробь была не сократимой надо чтобы числитель и знаменатель не делились на одно и то же число, т.к. 111 кратно 3 и 37 то числитель не должен быть кратен этим числам.
 В промежутке от 1 до 110 вариантов числителя есть 36 чисел которые кратны 3, и 2 числа которые кратны 37 => эти числа не должны стоять в числителе, чтобы дробь не сокращалась
 => **но не кратны 3**
 => $110 - 36 - 2 = 72$ числа могут стоять в числителе => всего 72 дроби

Ответ: 72

Задача 3

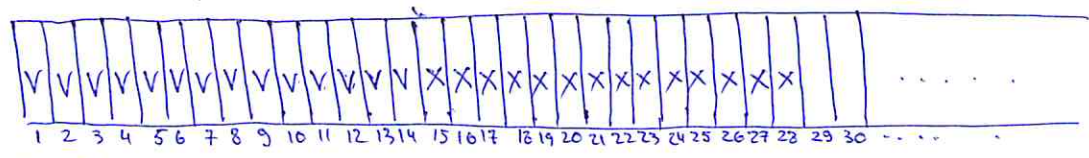
1 3 5 7 9 ... - ариф. прогрессия
 => возможные ~~цифры~~ цифры в числе это 135, 357, 579
 $135 : 3$ (сумма цифр: 3)
 $357 : 3$ (сумма цифр: 3)
 $579 : 3$ (сумма цифр: 3)
 => так как от перестановки мест одинаковых сумма не меняется то числа составленные из данных групп цифр будут: 3
 т.к. пошлмо себя и единицы числа составленные из цифр могут делиться еще и на 3 то они не простые
 => Ответ: нет

Задача 2

$x^3 + 3xy + y^3$
 $x + y = 1$
 т.к. $x + y = 1$ то $x = 1 - y$ =>
 $(1 - y)^3 + 3(1 - y)y + y^3 = 1 - 3y + 3y^2 - y^3 + 3y - 3y^2 + y^3 = 1$
 Ответ: 1

Задача 5

Между белыми книгами не должно стоять 13 книг => если поставить белую книгу и обозначить её место за 1 то другие белые книги должны стоять на местах 2-14 включительно, а на 15 должна быть тогда обязательно черная
 р-и на примере



V - белая X - черная

№ _____
от _____

поставив Белую на 1 место получается, что на 15 обязательно будет стоять черная

r-и предметок состоящий из 28 книг, т.к. ставя белую - будет ставиться черная => по принципу Дирихле в данном предметке может стоять не более 14 белых, можно поставить белые книги в ряд с 1 по 14 => черные будут стоять 15-28

среди 666 книг имеется 23 предмета из 28 книг. и ещё 22 книги в 23 предмета по 28 можно поставить ~~322~~ 322 книги

далее у нас остается ещё 22 книги, т.к. больше 14 белых подряд идти не может, то в 22 места можно поставить 14 белых

=> $322 + 14 = 336$ белых книг

* подряд не может идти больше 14 книг, поставив 15^ю будет противоречие условию
=> поставив 14 книг подряд следуя из условия следующие 14 книг будут черны

Ответ: 336 книг

Задача 4

Дано:
 $\triangle ABC$
 $AB=6$
 $AC=8$
 $BM \perp CM$
 BM, CM - мед.
 BC - ?

Решение:

1) O - точка пересек. мед.
т.к. BM - мед. то по св-ву BM

$$\frac{BO}{ON} = \frac{CM}{OM} = \frac{2}{1}$$

2) $BO = 2x \Rightarrow ON = x$
 $CO = 2y \Rightarrow OM = y$

3) $\triangle BOM$ и $\triangle NОC$ - прями. } т.к. $BM \perp MC$
 $\triangle BOC$ - прями

=> составим ур.-ния по т. Пифагора

$$BO^2 + OM^2 = BM^2 \Rightarrow (2x)^2 + y^2 = 9$$

$$CO^2 + ON^2 = CN^2 \Rightarrow (2y)^2 + x^2 = 16$$

$$\begin{cases} 16 = 4y^2 + x^2 \\ 9 = 4x^2 + y^2 \end{cases} \quad | +$$

$$25 = 5y^2 + 5x^2 \quad | : 5$$

$$5 = y^2 + x^2$$

$$BC^2 = (2x)^2 + (2y)^2 = 4x^2 + 4y^2$$

$$BC^2 = 4(x^2 + y^2)$$

$$\text{т.к. } (x^2 + y^2) = 5 \text{ то } BC^2 = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Ответ: $2\sqrt{5}$

099712

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
Муниципальное автономное
общее образовательное учреждение г.Хабаровска
"Лицей инновационных технологий"
ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
E-mail: likhiv@mail.ru
ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
ИНН 2721151049 / КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
6	7	0	7	0	20

Алишан Н.А.
Дубинская И.А.

Задача 9.1

1) Чтобы дробь была правильной из нее не должна извлекаться целая часть \Rightarrow числитель < 1

1) 111 делится на 1, на 111, на 3 (т.к. $1+1+1=3$, $3 \div 3$) и на 37 (т.к. $37 \cdot 3 = 111$) \Rightarrow чтобы числитель со знаменателем нельзя было сократить числитель должен не делиться на 3, и 37 (т.к. $1 \cdot 111 = 111$, а числитель < 111 (деление на 111 не валидно), сократив на 1 ~~не~~ число или дробь не меняются \Rightarrow деление на 1 не валидно).

3) Из 1) и 2) кол-во правильных несократимых дробей со знаменателем 111 = 110 - кол-во чисел делимых на 3 - кол-во чисел делимых на 37 (т.к. 37 не делится на 3)

$$110 : 3 = 36, (6) \Rightarrow 36 \text{ (чисел)} - \text{из } 110 \text{ делится на } 3$$

$$110 : 37 = \frac{36}{37} \Rightarrow 2 \text{ (числа)} - \text{из } 110 \text{ делится на } 37$$

$$110 - 36 - 2 = 72 \text{ (дроби)}$$

и нет чисел от 1 до 110 которые $\div 3$ и $\div 37$.

Ответ: 72 дроби.

Задача 9.2

$$x^3 + 3xy + y^3, \text{ если } x + y = 1$$

$$x^3 + 3xy + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) + 3xy$$

т.к. $x + y = 1$

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) + 3xy = 1 \cdot (x^2 - xy + y^2) + 3xy = x^2 - xy + y^2 + 3xy = x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$$

т.к. $x + y = 1$

$$(x+y)^2 = 1^2 = 1$$

Ответ: 1

№ _____
 на № _____ от _____

Задача 9.4

Дано:

$\triangle ABC$

$AB = 6$

$AC = 8$

BN и CM - медианы

$BN \perp CM$

Найти:

BC

Решение:

1) Пусть $BN \cap CM = O$.

т.к. BN, CM - медианы

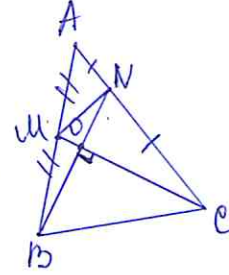
$AM = MB = \frac{1}{2} AB = 3$

$AN = NC = \frac{1}{2} AC = 4$

2) т.к. $BN \perp CM$

$\triangle BOE, \triangle BOM, \triangle CON$ -

- прямоугольн.



3) Доп. пост. проведем сред. лин. MN ($AN = NC$; $AM = MB$)

4) т.к. MN сред. линия $MN = \frac{1}{2} BC \Rightarrow BC = 2MN$ и $MN \parallel BC$

5) $\triangle MON \sim \triangle BOC$ по 2-м углам.

$\angle BOC = \angle NOM = 90^\circ$ (т.к. $BN \perp CM$)

$\angle MNO = \angle BCO$ - как соответственные при $MN \parallel BC$ сек. - MC

\Downarrow

$$\frac{MO}{OC} = \frac{NO}{OB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2} \quad (\text{т.к. } BC = 2MN)$$

6) По теореме Пиф.

$$MO^2 + BO^2 = 9$$

$$BO = \sqrt{9 - MO^2}$$

7) По теореме Пиф.

$$NO^2 + OC^2 = 16$$

$$OC = \sqrt{16 - NO^2}$$

8) По теореме Пиф.

$$MN^2 = MO^2 + NO^2 \quad | \cdot -1$$

$$-MN^2 = -MO^2 - NO^2$$

9) По теореме Пиф для $\triangle BOC$

$$BC^2 = BO^2 + OC^2 = (\sqrt{9 - MO^2})^2 + (\sqrt{16 - NO^2})^2 = 9 - MO^2 + 16 - NO^2 = 25 - MO^2 - NO^2$$

$$\text{Из 8) } BC^2 = 25 - MN^2 \quad \text{из 4) } BC^2 = 25 - \left(\frac{1}{2} BC\right)^2 = 25 - \frac{1}{4} BC^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} BC^2 = 25 \Rightarrow BC = \sqrt{\frac{25 \cdot 4}{1}} = 2\sqrt{5}$$

Ответ: $2\sqrt{5}$

099712

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
Муниципальное автономное
общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
"Лицей инновационных технологий"
ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
E-mail: litkhv@mail.ru
ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
ИНН 2721151049 / КПП 272101001

на № _____ № _____
от _____ от _____

Задача 9.3.

Нет.

06

Т.к. при арифметической прогрессии каждое последующее число ~~увеличивается на~~ возводится в квадрат. Минимальное число минимальная первая цифра (не 1) это 2. тогда 2-я цифра 4 а 3-я 16, но цифр всего 3 а 2,4,16 - четыре. \Rightarrow

\Rightarrow такую числа нет УД.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 на № _____ от _____

Задача 9.5.

- 1) Разместим тех. кол-во книг по белой машини в ряд друг за другом получится 14 т.к. между 1 и последней книгой в этой последовательности должно находится самое большое кол-во книг, но быть меньше 13 \Rightarrow 12
 $12 \text{ книг} + 1 \text{ первая книга} + 1 \text{ последняя книга} = 14$
 - 2) После последовательности из 14 книг по белой машини необходимо 14 книг по черной для того чтобы между последней книгой по белой машини из предыдущей последовательности (14 книг) и 1 книгой по белой машини из следующей последовательности книг по белой машини было минимальное кол-во черных книг по черной машини, но оно должно быть больше 13 $\Rightarrow 13 + 1 = 14$ книг
 - 3) и 1) и 2) 14 (книг по белой м.) затем 14 (по черной.) $\Rightarrow 366 : 14 = 40$ (комплектов) последовательностей по 14 книг и 6 книг.
- Так как последовательностей четное кол-во если первый комплект черной последний белый наоборот.
 Чтобы последние 6 книг из комплекта были белыми последним комплектом должен быть черный, а первый белый.

1) Получим что белых книг $2 \frac{1}{2} 40 = 20$ комплектов по 14 книг + последние 6 книг \Rightarrow
 $\Rightarrow 180 + 6 = 186$ книг

Ответ: 186 книг

Докажем что 186 максимальное кол-во.
 Предположим что 187 белых книг возможно.
 Если это так, то последние 7 книг (которые не вошли в последовательность) белее \Rightarrow в последней последовательности 13 черных и между последней белой книгой из последовательностей и первой из 7 последних книг - всего 13 книг что противоречит условиям задачи ЧТД.

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: likhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 на № _____ от _____

1	2	3	4	5	Σ
6	7	4	0	3	20

Свишнев И.А.
 Дубинская И.А.

У 9.1

несокращимых

Всего 27 правильные дроби со знаменателем 111 - 133. Чтобы дробь была правильной
 нужно, чтобы на числитель не делился на 3; 37; 111. (делителем 111). $111 \div 2; 4; 5; 6; 7; 8; 9;$

$10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32;$
 $33; 34; 35; 36; 38; 39; 40$, т.к. $111 \div 4$, то числа $\leq 40 \div 111$, т.к. $4 \cdot 40 > 111 \Rightarrow$
 числа больше $40 \div 111$. Выберем сколько чисел \div на 3 от 1 до 110. $111 \div 3 = 37$,
 т.к. в каждой тройке последовательных чисел есть ^{число делимое на три} одна тройка, начинаая от 1. Но $\frac{111}{111}$ - сократи

~~эта дробь, поэтому 37 - 1 = 36 чисел \div от 1 до 110 ($\frac{111}{111}$ - сокращенная дробь)~~ Далее рассмотрим
 сколько чисел \div 37 - это 37; 74 и 111, но $111 \div 3 \Rightarrow$ все числа 111 будут относиться только к
 одной тройке, например \div 3. Тогда всего чисел не \div на 3 и 37 = $111 - 39 = 72 \Rightarrow$
 \Rightarrow существует 72 дроби
 Ответ: 72 дроби

У 9.2

$x^3 + 3xy + y^3 = 1$ при $x+y=1$ $(x+y)=1$
 $x^3 + y^3 + 3xy = (x+y)(x^2 - xy + y^2) + 3xy = 1(x^2 - xy + y^2) + 3xy = x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 = 1^2 = 1 = 1$
 $x+y=1$
 $(x+y)^2=1^2$
 Ответ: $x^3 + 3xy + y^3 = 1$

zyx
 yxz

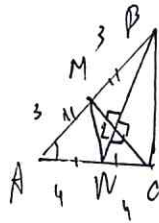
У 9.3

323 простое
 $\Rightarrow xyz$ - трехзначное число, ~~xyz~~ $\Rightarrow a$ - начальная величина арифм. прогрессии. ~~xyz~~
 x - первая ~~xyz~~ цифра, y - вторая цифра, z - третья цифра; $\frac{1}{z}$ - число, на которое увеличится
 величина прогрессии.
 в арифметической прогрессии.

093065

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лидер инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: likhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

на № _____ от _____



№ 9.4.

Дана $\triangle ABC$, $AB = 6$, $AC = 3$, BN, CM - медианы $BN \perp CM$. \triangle проведем MN - среднюю линию в $\triangle ABC$.

~~$\triangle ABC \sim \triangle ANM$ по $\angle A$ - общий, $\frac{AN}{AB} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow$~~
 $\Rightarrow MN \parallel BC$.

№ 9.3 (продолжение)

Тогда n -в какой позиции стоит данная прогрессия величина прогрессии (ее порядок) \Rightarrow

~~$x = \dots$~~ $x = \dots$ x, y, z - величины арифметической прогрессии. Тогда

$$x = a_1 + b(n_x - 1) \quad n_x = 1; n_y = 2; n_z = 3 \text{ (иная позиция)}$$

$$y = a_1 + b(n_y - 1)$$

$$z = a_1 + b(n_z - 1)$$

$$x = a_1 + b a_1$$

$$y = a_1 + b$$

$$z = a_1 + 2b$$

По ab \neq ab делимости на 3 сумма углов \Rightarrow

$$x + y + z \neq 3, \text{ т.к. число простое}$$

$$a_1 + a_1 + b + a_1 + 2b = 3a_1 + 3b = 3(a_1 + b)$$

$3(a_1 + b) \neq 3$, т.к. $3:3 \Rightarrow$ такое простое трехзначное число нет

Ответ: не существует

№ 9.5

Нельзя поставить все книги по белой машин, т.к. между двумя ~~какими-то~~ книгами будет обязательно 33 книг. Нельзя поставить книги так, чтобы без книги по белой и черной машин ~~предоставить~~, так как между книгами по белой машин четное количество книг, тогда ~~нельзя~~ между двумя книгами по белой машин будут: 1; 3; 5... 13 книг, что противоречит условию.

Тогда можно поставить между только 14 книг по белой машин, тогда между двумя ~~книгами~~ будет не больше, чем 12. Потом за эти 14 книгами по белой машин поставим 14 книг по черной машин. Тогда 33 книг будет половина по белой машин. Тогда $33 - 14 = 19$ книг по черной машин. Тогда количество книг по белой машин будет 322 .

$$\begin{array}{r} 666 \overline{) 28} \\ \underline{56} \\ 106 \\ \underline{84} \\ 22 \end{array}$$

$$25 \cdot 14 = 350$$

(14 - книг по белой машин)

Остаток еще 22 книги, тогда делаем то же самое, только с 14 книгами по белой машин и оставили 3 по черной машин,

$$322 + 14 = 336 \text{ 336, это можно сделать, т.к. начинаем с книг по белой машин, то в конце будет}$$

книги по белой машин (14б - 14ч - 14б - 14ч и т.д.) ~~еще~~ \Rightarrow Ответ: 336 книг по белой

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
Муниципальное автономное
образовательное учреждение г.Хабаровска
"Лицей инновационных технологий"
ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
E-mail: likhn@mail.ru
ОКПО 61955554 ОГРН 1072721013683
ИНН 2721151049 КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
6	7	0	7	0	20

Жушина И.А.
Жушина И.А.

№ _____
на № _____ от _____

№ 1

Число $111 : 3 \Rightarrow$ ЧИСЛИТЕЛЬ НЕ ДОЛЖЕН $: 3$

Число $111 : 37 \Rightarrow$ ЧИСЛИТЕЛЬ НЕ ДОЛЖЕН $: 37$

ВСЕГО ПРАВИЛЬНЫХ ДРОБЕЙ $\Rightarrow 111 - 1 = 110$ ($\frac{1}{111}; \frac{2}{111} \dots \frac{110}{111}$)

ЧИСЕЛ $: 3$ В ПРОМЕЖУТКЕ $1 - 110$ ВСЕГО $110 : 3 = 36$ (ОСТ. 2) } \Rightarrow
ЧИСЕЛ $: 37$ В ПРОМЕЖУТКЕ $1 - 110$ ВСЕГО $110 : 37 = 2$ (ОСТ. 36)

$\Rightarrow 110 - 36 - 2 = 72$ Ответ: 72 правильные, несократимые дроби

№ 2

$$\cancel{x^3 + 3xy + y^3; x + y = 1} \quad \left. \vphantom{\cancel{x^3 + 3xy + y^3; x + y = 1}} \right\} \Rightarrow \cancel{x^2 + 4xy + y^2 = x^3}$$

$$\cancel{x^3 + y^3 = \underbrace{(x+y)}_1 \cdot (x^2 + xy + y^2)}$$

$$x^3 + 3xy + y^3; x + y = 1$$

$$x^3 + y^3 = \underbrace{(x+y)}_1 \cdot (x^2 - xy + y^2)$$

$$\left. \vphantom{x^3 + 3xy + y^3; x + y = 1} \right\} \Rightarrow x^3 + 3xy + y^3 = x^2 + 2xy + y^2 =$$

$$= (x + y)^2$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 1 \\ (x + y)^2 \end{array} \right\} \Rightarrow 1^2 \Rightarrow 1 \Rightarrow x^3 + 3xy + y^3 = x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

= 1 Ответ: 1

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

на № _____ от _____

№ 4

Дано:

$\triangle ABC$

$AB = 6$

$AC = 8$

BN и CM - медианы

$BN \perp CM$

Найти:

$BC = ?$



П.к. BN и CM - медианы $\Rightarrow NM$ - ср.м.

$$\Rightarrow NM = \frac{1}{2} CB$$

$$NC = \frac{1}{2} AC = 4; \quad MB = \frac{1}{2} AB = 3$$

$\square OMB$ $\supset O$ - точка пересечения мед.

$\Rightarrow \triangle NMO$ для ср-ви, анало-

гично для $\triangle NOC$; $\triangle MOB$; $\triangle COB$

$$\Rightarrow NO^2 + OC^2 = 4^2 = 16$$

$$MO^2 + OB^2 = 3^2 = 9$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow NO^2 + OC^2 = 4^2 = 16 \\ MO^2 + OB^2 = 3^2 = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow BC^2 = 25 - NO^2 - MO^2$$

$$NM^2 = ON^2 + OM^2; \quad NM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \frac{1}{4} BC^2 = ON^2 + OM^2$$

$$-MO^2 \Rightarrow 5(ON^2 + OM^2) = 25 \Rightarrow ON^2 + OM^2 = 5 \Rightarrow NM = \sqrt{5} \Rightarrow BC$$

$$= 2\sqrt{5} \quad \text{Ответ: } 2\sqrt{5}$$

096240

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

1	2	3	4	5	Σ
5	7	0	7	0	19

№ _____ от _____

Ташман И.А. *litkhv*
 Якушева И.А. *litkhv*

№ 0,2

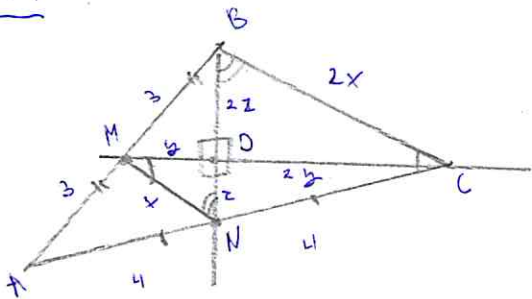
$$x + y = 1$$

$$x^3 + 3xy + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) + 3xy = x^2 - xy + y^2 + 3xy =$$

$$= (x+y)^2 = 1$$

Ответ: $x^3 + 3xy + y^3 = 1$

№ 0,4



Дома:

 $\triangle ABC$

$$AC = y \quad AB = 6$$

$$BN \perp CM$$

O - точка пересечения BN и CM

BN и CM - медианы.

Найти: BC?

Решение:

1) $AM = MB = 3$, $AN = NC = 4$ (BN и CM - медианы)

2) ген. постр. MN - средняя линия $\triangle ABC \Rightarrow MN = \frac{1}{2} BC$, $MN \parallel BC$

$$(MN = x)$$

3) т.к. $MN \parallel BC$, $\angle MNO = \angle OBC$, $\angle OMN = \angle OCB$ (покр. углы) $\Rightarrow \triangle OMN$ подобен $\triangle OBC$ с $k = 2$ ($MN = x$, $BC = 2MN$) $\Rightarrow NO = z$, $BO = 2z$, $MO = y$, $OC = 2y$.

4) Рассмотрим $\triangle OMB$ и $\triangle ONC$
 1. т.к. $\angle MOB = 90^\circ \Rightarrow \triangle OMB$ - прямоугольн., т.к. $\angle NOC = 90^\circ \Rightarrow \triangle ONC$ - прямоугольн.
 2. по т. Пиф. $\triangle OMB$ $MB^2 = MO^2 + OB^2$ $\begin{cases} 9 = y^2 + 4z^2 & 25 = 5(z^2 + y^2) \\ 16 = z^2 + 4y^2 & z^2 + y^2 = 5 \end{cases}$

$$\begin{cases} 9 = y^2 + 4z^2 \\ 5 = z^2 + y^2 \end{cases}$$

$$4 = 3z^2$$

$$z^2 = \frac{4}{3}$$

$$z = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow y^2 = 5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

$$y = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \Rightarrow 2y = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$$

$$2z = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

5) $\triangle BOC$ - прямоугольн. $\Rightarrow 4x^2 = 4y^2 + 4z^2$ $4x^2 = \frac{40}{3} + \frac{16}{3}$ $4x^2 = 20$
 $x = \sqrt{5} \Rightarrow BC = 2\sqrt{5}$
 Ответ: $BC = 2\sqrt{5}$

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 на № _____ от _____

№ 9.1

1. Рассмотрим дроби со знаменателем 111 (с $\frac{1}{111}$ по $\frac{111}{111}$).
2. $111 = 3 \cdot 37 \Rightarrow$ для того, чтобы дробь со знаменателем 111 была несократимой, числитель не должен делиться на 3 и (или) 37. От 1 до 111 существует 37 чисел делящихся на 3 (включая 111) и 2 числа, которые делятся только на 37 (37 и 74) \Rightarrow
 существует $111 - 37 - 2 = 62$ дроби несократимые дроби со знаменателем 111.
 но не годятся 3

Ответ: 62.

42

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: ltkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 на № _____ от _____

1	2	3	4	5	Σ
1	7	1	6	3	18

Анонимная И.А. Стол
 Якуш И.А.

СРП

9.1 Правильных дробей $\frac{x}{111}$ -? , где x не ≥ 111 , т.к. тогда это уже будет
 целое число, а не дробь, а их учитывать не нужно

всего дробей вида $\frac{x}{111}$, где $x < 111 - 110$ ($\frac{1}{111}, \frac{2}{111}, \dots, \frac{110}{111}$)

дроби $\frac{3}{111}$ и $\frac{37}{111}$ - сократимые, т.к. 3 и 37 - являются
 множителем $\frac{111}{111}$, то есть мы можем их сократить

$\frac{3}{111} = \frac{1}{37}$ $\frac{37}{111} = \frac{1}{3}$, остальные дроби мы сократить не можем
 т.к. их числители не являются делителями
 111.

Кроме 1, но $\frac{1}{111}$ - невозможно уже сократить в рамках усе.
 задачи \Rightarrow

ко-во несократимых; правильных дробей $-(110-2) = 108$

Ответ: 108

9.2 $x^3 + 3xy + y^3$ -?
 при $x+y=1$

И.П. $(x+y)^3$; $(x+y)^3 = 1^3 = 1$
 $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3y^2x + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y) \Rightarrow$
 $(x+y)^3 = 3xy(x+y) + x^3 + y^3 \Leftrightarrow$

$$1 = 3xy(1) + x^3 + y^3 \Leftrightarrow$$

$$1 = 3xy + x^3 + y^3 \text{ - искоемое значение.}$$

Ответ: 1

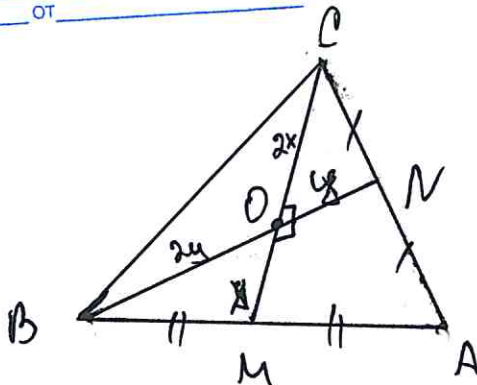
мест: 1/4

092659

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г.Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

№ _____
 от _____

9.6 Дано:
 $\triangle ABC$
 $AB=6$
 $AC=8$
 BN, CM - мед.
 $BM \perp BN$
 $BC=?$



Тогда $CO=2x \rightarrow OM=x$
 $BO=2y \rightarrow ON=y$

3. Р. $\triangle CON$
 по т. Пифагора

$$\sqrt{CO^2 + ON^2} = CN \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{4x^2 + y^2} = 8/2 \quad (\text{т.к. } BN\text{-мед.} \Rightarrow CN = NB = AC/2 = 4) \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{4x^2 + y^2} = 4 \quad (\text{т.к. } (4x^2 + y^2) \geq 0, \text{ то можно возвести в квадрат в } 2^{\text{ю}} \text{ степень})$$

$$4x^2 + y^2 = 16$$

4. Р. $\triangle OBM$; по т. Пифагора

$$\sqrt{OB^2 + OM^2} = BM \Leftrightarrow \sqrt{4y^2 + x^2} = 6/2 \quad (\text{т.к. } CM\text{-мед.} \Rightarrow BM = MA = \frac{1}{2}AB) \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{4y^2 + x^2} = 3 \quad (\text{т.к. } (4y^2 + x^2) \geq 0, \text{ то можно возвести в квадрат в } 2^{\text{ю}} \text{ степень})$$

$$4y^2 + x^2 = 9$$

5. составим из выражений из п.3 и п.4 систему

$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 16 \\ 4y^2 + x^2 = 9 \end{cases} \quad (+) \quad 5x^2 + 5y^2 = 25 \Rightarrow x^2 + y^2 = 5$$

6. Р. $\triangle BOC$; по т. Пифагора

$$BC = \sqrt{BO^2 + OC^2} \Leftrightarrow$$

$$BC = \sqrt{4x^2 + 4y^2} \Leftrightarrow BC = \sqrt{4(x^2 + y^2)} \stackrel{\text{по п.5}}{\Leftrightarrow} BC = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$$

Ответ: $2\sqrt{5}$

лист 3/4

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
 АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ХАБАРОВСКА
 Муниципальное автономное
 общеобразовательное учреждение г. Хабаровска
 "Лицей инновационных технологий"
 ул. Гоголя, д. 24, г. Хабаровск, 680000
 Тел.: (4212) 32-47-36, факс (4212) 32-55-62
 E-mail: litkhv@mail.ru
 ОКПО 81955554 ОГРН 1072721013683
 ИНН 2721151049 / КПП 272101001

092651

9.5
 666 книг.
 черные и белые
 11 81

между книгами
 по белой магии
 не 13!

max n-d-?

1. Р. кол-во книг по б. магии у нас может идти подряд:

$\underbrace{b b b b b b b b b b b b b b b}_r$

13 => след. за ней - г., придем далее найдем
 из этих 14 белых книг - 13 - след. после - своя => этих черных по 7 магии

после 14 б., дадим еще также 14
 2. Такие образцы у нас чередуются 14 б и 14 г. т.е. в 666 книгах,
 если начать чередовать б. (если тогда и закончим чередовать германские
 то цепочка из $14b \rightarrow 14g$, прервется после 8 белых книг общей магии
 а поимеет $29 \Rightarrow$ книг по б.: $23 \cdot 14 + 8 = 336$
 книг по г.: $23 \cdot 14 + 8 = 330$

3. 356 - будет максимальное знае. кол-во книг по белой магии, т.к.
 в предположении много установиве я исп. макс. кол-во белых
 в цепочке из 28 книг, > не получится, т.к. тогда будет
 нарушено условие, что между б. книгами по белой
 магии не может стоять 13 книг, а разбив цеп. из
 14 б., велик риск исп. меньше кол-ва книг по белой магии
 или нарушится условие.

Ответ: 356

смет 4/4

11-комментарии

на № _____ от _____

3) Формула арифм. прогр.: $a_n = a_0 + nk$
 кол. чисел | кол-во шагов
 | |

210 ? а это число

1. Р. числа (подходящие по формуле) с "1" в разряде сотен

- 113 = 37.3
- 123 = 3.41
- 138 = 27.5
- 347 = 3.49
- 359 = 3.53

Большие числа мы не рассматриваем, т.к. они не подходят по формуле.

2. Для четных чисел в разряде сотен мы не рассматриваем, т.к. не подходит, т.к. составные

1. в разряде десятков - четное, тогда шаг будет четным => чет. + чет. = чет. , т.е. в разряде ед. - четное =>

2. в разряде десятков - нечетное, тогда шаг - нечет. => нечет. + нечет. = чет. , т.е. в разряде ед. - четное => число: 1; 2 и самому себе => составные

3. Аналогично рассмотрим для "3"

- 323 = 3.102
- 333 = 3.111
- 345 = 3.115
- 357 = 7.51
- 369 = 13.13 - не подходит, т.к. составные

1. Аналогично рассмотрим для 454

- 543 = 3.181
- 531 = 3.177
- 765 = 5.153
- 753 = 3.251
- 741 = 3.247
- 772 = 7.111
- 789 = 3.263

не подходит, т.к. составные

6. Аналогично для "9"

- 987 = 3.329
- 975 = 5.195
- 963 = 3.321
- 999 = 9.111
- 951 = 3.317

не подходит, т.к. составные

⇓
не существует

Ответ: не существует